

Ablaufschema Ebene

Beispiel: $A(2|1|4)$; $B(6|3|8)$, $C(7|10|0)$

Parameterform: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6-2 \\ 3-1 \\ 8-4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7-2 \\ 10-1 \\ 0-4 \end{pmatrix}$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Normalenform: Suche \vec{n} mit $\vec{n} \perp \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \wedge \vec{n} \perp \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix}$ bedeutet $\vec{n} * \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$
und $\vec{n} * \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$

$$\Rightarrow \text{I } 4n_1 + 2n_2 + 4n_3 = 0 \xrightarrow{\cdot 5} \text{I } 20n_1 + 10n_2 + 20n_3 = 0$$

$$\text{II } 5n_1 + 9n_2 - 4n_3 = 0 \xrightarrow{\cdot 4} \text{II } 20n_1 + 36n_2 - 16n_3 = 0$$

Drei Variablen und nur 2 Gleichungen. Also setze z.B. $n_3 = 1$

$$\Rightarrow \text{I } 20n_1 + 10n_2 = -20$$

$$\text{II } 20n_1 + 36n_2 = 16 \quad \ominus \quad -26n_2 = -36 \Rightarrow n_2 = \frac{36}{26} = \frac{18}{13}$$

$$\Rightarrow 4n_1 + 2 \cdot \frac{18}{13} + 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow n_1 = \frac{1}{4} \left(-2 \cdot \frac{18}{13} - 4 \right) = -\frac{22}{13} = n_1$$

Der Normalenvektor lautet $\vec{n} = \begin{pmatrix} -22/13 \\ 18/13 \\ 1 \end{pmatrix}$ besser verwendbar ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} -22 \\ 18 \\ 13 \end{pmatrix}$

Die Normalenform lautet damit:

$$E: \vec{n} * (\vec{x} - \vec{a}) = 0 \Rightarrow E: \begin{pmatrix} -22 \\ 18 \\ 13 \end{pmatrix} * \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = 0$$

Ortsvektor NF

Hesseform: $E_0: \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} * (\vec{x} - \vec{a}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{979}} \begin{pmatrix} -22 \\ 18 \\ 13 \end{pmatrix} * \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = 0$ HNF

Koordinatenform: $\begin{pmatrix} -22 \\ 18 \\ 13 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 - 2 \\ x_2 - 1 \\ x_3 - 4 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow (-22)(x_1 - 2) + 18(x_2 - 1) + 13(x_3 - 4) = 0$

Normalenform von oben

ausgerechnet und vereinfacht

$$-22x_1 + 18x_2 + 13x_3 = 26$$

Koordinatenform